EBERHARD KARLS UNIVERSITÄT TÜBINGEN

MATH. - NATURWISS. FAKULTÄT
FACHBEREICH INFORMATIK
KOGNITIVE SYSTEME · PROF. A. ZELL

Grundlagen der Robotik

Wintersemester 2015/2016
Übungsblatt 6

Betreuer: Sebastian Buck und Julian Jordan
Abgabe: 30.11.2015, Besprechung: 07.12.2015

Aufgabe 1 (8 Punkte)

Mithilfe von homogenen Transformationsmatrizen lässt sich die Bewegung eines Roboters beschreiben:

Gegeben ist ein fahrender Roboter der sich auf der x-y Ebene des Weltkoordinatensystems bewegt. Der Startpunkt seiner Bewegung ist der Ursprung des Weltkoordinatensystems W.

Die Bewegung relativ zur vorherigen Position lässt sich durch 3 Parameter beschreiben: $m = (x, y, \theta)$, eine Translation in x, y und eine Rotation um den Winkel θ um die z-Achse. Es wird zuerst die Translation, dann bezüglich des neuen Frames die Rotation ausgeführt: ${}^{i}T_j \in R^{3x3} = T_{trans}(x, y)T_{rot}(\theta)$. Der Roboter soll zu einer Zielposition $Z = (-2, 6, 0°)$ fahren, wobei ${}^{W}T_Z$ die zugehörige Transformation ist.

(a) Der Roboter befindet sich an Position R und hat bereits drei Bewegungen ausgeführt: $m_1 = (2, 3, 30°)$, $m_2 = (4, 1, 45°)$ und $m_3 = (1, 1, 60°)$ bestimmen sie aus diesen die Transformationsmatrizen ${}^{W}\boldsymbol{T}_{P_1}$, ${}^{P_1}\boldsymbol{T}_{P_2}$ und ${}^{P_2}\boldsymbol{T}_{P_3}$. (1 Punkt)

(b) Es gilt $R = P_3$. Bestimmen Sie aus ${}^{W}\boldsymbol{T}_{P_1}$, ${}^{P_1}\boldsymbol{T}_{P_2}$ und ${}^{P_2}\boldsymbol{T}_R$ die Position des Roboters ${}^{W}\boldsymbol{T}_R$. (2 Punkte)

(c) Bestimmen Sie die Position (x_r, y_r) und Orientierung (θ_r) des Roboters aus ${}^{W}\boldsymbol{T}_R$. (1 Punkt)

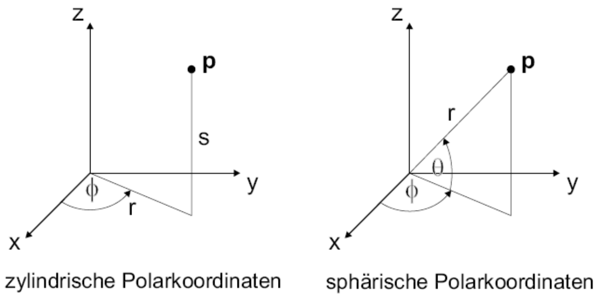
(d) Bestimmen Sie die Transformation ${}^{R}\boldsymbol{T}_Z$ die den Roboter an den Zielpunkt fährt. (2 Punkte)

(e) Skizzieren Sie den zurückgelegten Weg und bestimmen Sie dessen Länge. (1 Punkt)

(f) Zeichnen Sie den zugehörigen Transformationsgraphen. (1 Punkt)

Aufgabe 2 (6 Punkte)

Punkte im Raum können statt in kartesischen Koordinaten $(x, y, z)^T$ auch in zylindrischen Polarkoordinaten $\mathbf{Cyl}(s, \phi, r)$ oder in sphärischen Polarkoordinaten $\mathbf{Sph}(\theta, \phi, r)$ angegeben werden:



(a) Bestimmen Sie ausgehend von obiger Skizze die kartesischen Koordinaten $(x, y, z)^T$ eines Punktes $\mathbf{p}$ in Abhängigkeit seiner zylindrischen Polarkoordinaten $\mathbf{Cyl}(s, \phi, r)$ sowie in Abhängigkeit seiner sphärischen Polarkoordinaten $\mathbf{Sph}(\theta, \phi, r)$. (2 Punkte)

(b) Invertieren Sie den in (a) bestimmten Zusammenhang: Bestimmen Sie die zylindrischen und sphärischen Polarkoordinaten von $\mathbf{p}$ in Abhängigkeit seiner kartesischen Koordinaten. (2 Punkte)

(c) Gegeben seien die zylindrischen Polarkoordinaten $\mathbf{Cyl}(-4, 60.0°, 3)$ von $\mathbf{p}$. Berechnen Sie dessen kartesische Koordinaten. (1 Punkt)

(d) Sie kennen die kartesischen Koordinaten $(-3, 1, 4)^T$ von $\mathbf{p}$. Berechnen Sie dessen sphärische Koordinaten. (1 Punkt)

Aufgabe 3 (6 Punkte)

Gegeben ist eine Pyramide mit einer Grundfläche: $p_1 = (-2, -2, -2)^T$, $p_2 = (-2, 2, -2)^T$, $p_3 = (2, -2, -2)^T$, $p_4 = (2, 2, -2)^T$ und einer Spitze bei $p_t = (0, 0, 0)^T$. Diese Pyramide wird mit einer Rotation transformiert, so dass die Punkte p_i folgendermaßen abgebildet werden: $p'_3 = p_4$, $p'_4 = p_3$, $p'_1 = (2, 2, 2)^T$ und $p'_2 = (2, -2, 2)$.

(a) Bestimmen Sie eine Rotationsmatrix R die diese Transformation beschreibt. (1 Punkt)

(b) Bestimmen Sie eine Quaternion q durch Kombination von Rotationen um die Koordinatenachsen (x, y, z), welche dieselbe Transformation beschreibt. (2 Punkte)

(c) Zeigen Sie wie die Quaternion q direkt bestimmt werden kann, ohne die Verwendung des Quaternionen-Produkts. (1 Punkt)

(d) Was sind jeweils mindestens zwei Vor- und Nachteile der Darstellung von Rotationen durch Quaternionen im Vergleich zu Eulerwinkeln? (2 Punkte)